Lösungen der Aufgaben zu den Strahlungsgesetzen

wiensches Verschiebungsgesetz

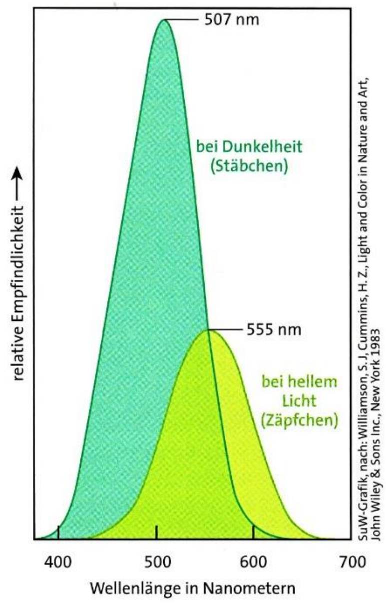
1. Die Wellenlänge λ_{max} der Strahlung des Sterns μ im Sternbild Cepheus wurde zu 400 nm bestimmt. Berechnen Sie die Oberflächentemperatur des Sterns.

$$T = \frac{2{,}898 * 10^{-3}\, m *\, K}{\lambda_{max}} = \frac{2{,}898 *\, 10^{-3}\, m * K}{400 *\, 10^{-9}\, m} = 7245\, K$$

2. Die Oberflächentemperatur der Sonne beträgt ca. 5800 K. Berechnen Sie λ_{max} (Lichtfarbe?).

$$\lambda_{max} = \frac{2{,}898 *\, 10^{-3}\, m * K}{5800\, K} = 499\, nm$$

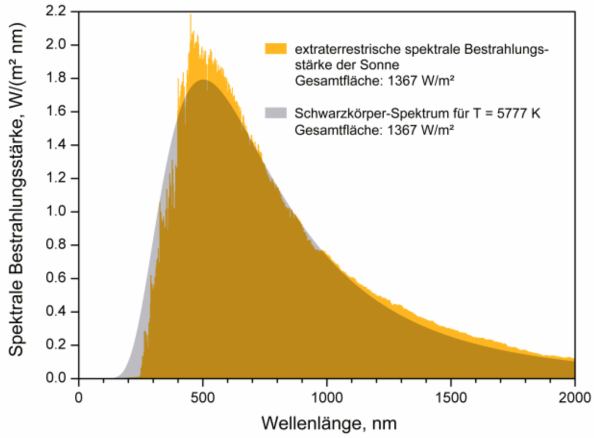
Die zugehörige Lichtfarbe ist grün. Über dieses Ergebnis sollte man noch einmal kurz nachdenken. Die Wellenlänge, bei der die Sonne die meiste Strahlung aussendet, liegt im grünen (!) Wellenlängenbereich. Das ist insofern überraschend, da die Sonne doch nicht grün aussieht, wenn man sie betrachtet, sondern gelb. Wie kommt das? Die Sonne sendet Lichtwellen mit verschiedenen Wellenlängen aus. Die Überlagerung dieser verschiedenen Lichtfarben ergibt bei unserer Sonne eben gelb. Andere Sterne, mit anderen Oberflächentemperaturen leuchten hingegen rot (eher kühl) oder blau (eher heiß). Die Farbe eines Sterns gibt uns also einen Hinweis auf seine Oberflächentemperatur.



Die Empfindlichkeit des Auges ist bei Tageslicht im gelbgrünen Bereich am größten, bei Nacht im blaugrünen Bereich.

Betrachten Sie auch noch einmal das nebenstehende Diagramm. Hier ist die Empfindlichkeit des menschlichen Auges in Abhängigkeit von der Wellenlänge angegeben. Interessanterweise sind die Stäbchen- und Zäpfchenzellen in unserem Auge von der Natur so konstruiert worden, dass sie für grünes Licht am empfindlichsten sind. Ein Wunder der Evolution!

Auch das zweite Diagramm ist sehr aufschlussreich. Hier ist orange die extraterrestrisch gemessene Bestrahlungsstärke der Erde durch die Sonne in Abhängigkeit von der Wellenlänge aufgetragen. Darunter ist eine zweite graue Kurve gelegt worden. Diese stellt die ideale Strahlungskurve eines schwarzen Körpers mit der Temperatur von 5777 K dar. Vergleicht man die beiden Kurven, so stellt man fest, dass es nur geringe Abweichungen zwischen den beiden Kurven gibt. Die gemessene Kurve weicht kaum von der theoretischen Kurve ab. Man kann also tatsächlich unsere Sonne, und damit auch alle anderen Sterne, näherungsweise als einen schwarzen Körper beschreiben.



Gesetz von Stefan – Boltzmann

1. A ist die Oberfläche eines Sterns (einer Kugel). Stellen Sie die Formel nach dem Radius r um.

   $L = \sigma * A * T^4$ mit $A_{Kugel} = 4 \pi r^2$ ergibt $L = \sigma * 4 \pi r^2 * T^4$ Umstellen nach r ergibt

$$r = \sqrt{\frac{L}{\sigma * 4\pi * T^4}}$$

2. Der Stern Aldebaran (α Tauri) hat eine Oberflächentemperatur von 3850K. Berechnen Sie den Radius von Aldebaran, wenn seine Leuchtkraft ca. 400-mal so groß wie die unserer Sonne ist. Vergleichen Sie die Radien der beiden Sterne.

   Die Leuchtkraft der Sonne kann als gegeben vorausgesetzt und aus einem Tafelwerk entnommen werden: $L_{Sonne} = 3{,}85 * 10^{26}$ W.

$$r = \sqrt{\frac{400 * L_{Sonne}}{\sigma * 4\pi * T^4}} \rightarrow \quad r = \sqrt{\frac{400 * 3{,}85 * 10^{26}\ W}{\sigma * 4\pi * (3850\ K)^4}} \rightarrow \quad r = 3{,}14 * 10^{10}\ m = 3{,}14 * 10^7\ km$$

   Dividiert durch den Sonnenradius von 696.000 km ergibt sich für Aldebaran ein Radius von ca. 45 * Radius der Sonne.

3. Berechnen Sie für die folgenden Sterne die Radien in m, km und in Vielfachen des Sonnenradius.

Stern	Radius in m	Radius in km	$R_{Stern} = k * R_{Sonne}$
Rigel	$5{,}6 * 10^{10}$ m	56 Mio. km	k = 80
Sirius	$1{,}18 * 10^{9}$ m	1,18 Mio. km	k = 1,7
Arktur	$1{,}65 * 10^{10}$ m	16,5 Mio. km	k = 24
Beteigeuze	$4{,}58 * 10^{11}$ m	458 Mio. km	k = 658

Besonders interessant ist das letzte Ergebnis. Beteigeuze gehört zu den wahren Giganten unter den Sternen. Zum Vergleich: Die Entfernung Sonne – Mars in unserem Sonnensystem beträgt etwa 228 Mio. km. Das bedeutet, dass der Radius von Beteigeuze ca. 2-mal so groß wie die Entfernung Sonne – Mars ist.